



# Посчитаем?

## «УПРОСТИТЬ ВЫРАЖЕНИЕ», ИЛИ ОБ ОДНОМ ИНТЕРЕСНОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ

Среди школьных задачек по математике встретилась следующая:

Упростить выражение  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \dots + \frac{1}{(x+9)(x+10)}$ .

Как ее решить? Очевидно, что прямое решение «в лоб» эффекта не дает, а только запутывает решение, – например, при попытке привести всё к одному знаменателю и сложить дроби мы получаем следующее:

$$\frac{(x+2)(x+3)\dots(x+10) + x(x+3)\dots(x+10) + \dots + x(x+1)(x+2)\dots(x+7)(x+8)}{x(x+1)(x+2)\dots(x+9)(x+10)}$$

Решение удалось найти случайно, и для более простой, но родственной задачи:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10}$$

Существует одно на первый взгляд не очевидное, но очень полезное и даже можно сказать – красивое преобразование для таких дробей, в которых в знаменателе имеется произведение сомножителей, различающихся на единицу, например:

$$\frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

Действительно – обратное преобразование вполне

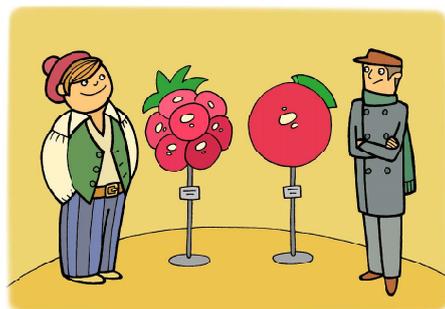
очевидно:  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2 \cdot 3}$ .

Это преобразование можно применить и в нашей

задаче:  $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ .

А теперь наша задача решается быстро и красиво:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \dots + \frac{1}{(x+9)(x+10)} = \\ & = \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) + \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+10} \right) = \end{aligned}$$



$$= \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) + \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+10} \right) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+10}.$$

После чего завершение решения просто и понятно:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} = \frac{x+10-x}{x(x+10)} = \frac{10}{x(x+10)}.$$

Думается, это преобразование дробей заслуживает того, чтобы его знал каждый учащийся.

Вообще же можно рассматривать это преобразование более широко:

$$\frac{d}{x(x+d)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+d}.$$

Возможно, оно не раз поможет вам в решении уравнений.

## «А НУ-КА, ДОГАДАЙСЯ!»

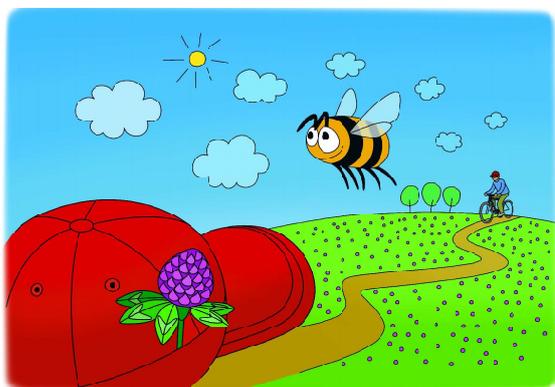
Предлагаемые задачи – не столько на знание математики, сколько на сообразительность и смекалку. Предлагаем читателям самостоятельно найти их решения. Ответы будут опубликованы в следующем номере журнала.

### Московское центральное кольцо

На открытом недавно Московском центральном кольце (МЦК) – 31 станция. Программист Петя Байтиков решил прокатиться по всему кольцу. Во время поездки он заметил, что каждый раз между каждыми двумя станциями мимо проходит встречный поезд. Количество поездов, следующих по кольцу в обоих направлениях, и интервалы их следования одинаковы. Сколько всего поездов ходит по Московскому кольцу?

### Полёт шмеля

Между городами Абаково и Битово – 50 км. Рано утром из обоих городов одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. В момент старта у одного из них с бейсболки взлетел сидевший там шмель и двигался вперед, пока не встретил второго велосипедиста. Испугавшись, шмель развернулся и полетел назад, пока не встретился с первым велосипедистом и снова не изменил направление своего полёта на противоположное. Так шмель летал между велосипедистами, пока они не встретились. Если велосипедисты всё это время двигались со скоростями 10 км/ч и 15 км/ч, а скорость полета шмеля равна 40 км/ч, то какое расстояние в сумме пролетел шмель за это время?



### Задача-шутка

